Interrogation n°2 – Ensembles, applications (sujet A)

Corrigé

NOM : ..... Prénom : ..... Note :

/3 1) Que vaut l'ensemble $\mathscr{P}(E)$ avec $E = \{1,2\}$?

$$\mathscr{P}(E) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, E\}$$

/3 2) Soit $A, B \in \mathscr{P}(E)$ et $x \in E$. Compléter la caractérisation suivante :

$$x \in A \cup B \iff \ldots\ldots$$

cf cours.

/3 3) Soit $f : E \to F$ une application, $B \in \mathscr{P}(F)$ et $x \in E$. Compléter la caractérisation suivante :

$$x \in f^{-1}(B) \iff \ldots\ldots$$

cf cours.

/11 4) Soit $f : E \to F$ une application et $A \in \mathscr{P}(E)$. Montrer que $A \subset f^{-1}(f(A))$.

Soit $x \in A$. Montrons que $x \in f^{-1}(f(A))$, càd $f(x) \in f(A)$. On cherche donc $x' \in A$ tel que $f(x) = f(x')$. On pose $x' = x$. On a bien $x' \in A$ et $f(x) = f(x')$. D'où $f(x) \in f(A)$. Ainsi, $A \subset f^{-1}(f(A))$.

Interrogation n°2 – Ensembles, applications (sujet B)
Corrigé

NOM : ..... Prénom : ..... Note :

/4 1) Réécrire l'ensemble $\mathbb{U}$ sous deux formes différentes : une forme avec un paramètre et une forme conditionnelle, c'est-à-dire de la forme $\{z \in \mathbb{C} \mid \dots\}$ avec « … » une partie à compléter.

$\mathbb{U} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\} = \left\{e^{i\theta} \;\middle|\; \theta \in \mathbb{R}\right\}$

/3 2) Soit $A, B \in \mathscr{P}(E)$ et $x \in E$. Compléter la caractérisation suivante :

$$x \in A \cap B \iff \dots\dots$$

cf cours.

/3 3) Soit $f : E \to F$, $A \in \mathscr{P}(E)$ et $y \in F$. Compléter la caractérisation suivante :

$$y \in f(A) \iff \dots\dots$$

cf cours.

/10 4) Soit $f : E \to F$ une application et $B \in \mathscr{P}(F)$. Montrer que $f(f^{-1}(B)) \subset B$.

Soit $y \in f(f^{-1}(B))$. Montrons que $y \in B$. Comme $y \in f(f^{-1}(B))$, il existe $x \in f^{-1}(B)$ tel que $y = f(x)$. Or, $x \in f^{-1}(B)$ signifie que $f(x) \in B$. Ainsi, on a bien $y = f(x) \in B$. Donc $f(f^{-1}(B)) \subset B$.